

# COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS ANALÍTICO E ITERATIVO NA RECONSTRUÇÃO DE IMAGENS TOMOGRÁFICAS

M. P. V. Leão\*, V. G. Macedo\*

\*Universidade Federal do Pará, Belém, Brasil

e-mail: maickson.leao@gmail.com

**Resumo:** Neste trabalho são explorados os métodos de reconstrução de imagens médicas de Tomografia Computadorizada (TC) *Filtered Back Projection* (FBP) ou Retroprojeção Filtrada, utilizando a Transformada de Radon (TR), e a Técnica de Reconstrução Algébrica (ART), com o objetivo de comparar os algoritmos e demonstrar a eficiência deste método analítico em relação ao método iterativo empregado. Foram usadas imagens de Tomografia por Impedância Elétrica (TIE), apenas para fazer a reconstrução, com o auxílio da ferramenta computacional Matlab. Na análise qualitativa dos métodos, o Filtro de Butterworth (FB), o Filtro Laplaciano e o Filtro Rampa no domínio de Fourier foram utilizados para a visualização das imagens de ART e FBP, respectivamente. Os resultados apresentam imagens próximas das reais quando utilizando o *Filtered Back Projection*, e imagens com ruído de *salt e pepper* quando usando o ART. Porém os objetos fundamentais desta última são preservados.

**Palavras-chave:** Reconstrução, FBP, ART, TR, filtragem.

**Abstract:** *This paper explores the methods for image reconstruction of Computerized Tomography Filtered Back Projection (FBP), using the Radon Transform (RT), and Algebraic Reconstruction Technique (ART), with the objective to compare the algorithms and demonstrate the efficiency of the analytical method in relation to the iterative method utilized. Using images of Electrical Impedance Tomography (EIT), just to the reconstruction, with the assistance of computational tools Matlab. On qualitative and quantitative analysis of the methods, the Butterworth Filter (BF), Laplacian Filter and the Ramp Filter on Fourier domain were utilized to visualization of the images of ART and FBP, respectively. The results showed near real images when using Filtered Back Projection, and images with salt and pepper noise when using the ART, but the fundamental objects of the latter are preserved.*

**Keywords:** *Reconstruction, FBP, ART, RT, filtering.*

## Introdução

A Retroprojeção Filtrada é bem conhecida em TC por ser simples, rápida e obter uma reconstrução aceitável [2]. Este método analítico utiliza a Transformada de Radon como modelo matemático para as projeções, retroprojeções e reconstruções da imagem [1]. Já o ART, é um método iterativo de reconstrução

que em TC é baseado na representação da projeção de integrais de linha como uma soma de raios [3], [4], [5], [6].

Cada método apresenta problemas na resolução das imagens e, além disso, foram utilizadas imagens de TIE, que por si têm uma baixa resolução, embora estes métodos possam ser usados para qualquer tipo de imagem tomográfica. Para diminuir o efeito de “halo” resultante da reconstrução pela Transformada de Radon utilizou-se o filtro rampa no domínio de Fourier [1], enquanto que para minimizar o ruído correspondente ao método ART utilizou-se em cada retroprojeção o filtro passa alta associado com filtro passa baixa de Butterworth, além de uma breve tentativa de melhorar a resolução final utilizando o filtro de Laplace.

O objetivo principal deste trabalho consiste em comparar a resolução, ou seja, a qualidade das imagens resultantes, fator fundamental para um bom diagnóstico médico. Com isso, buscou-se resolver através destes métodos um problema inverso, o principal problema da reconstrução de imagens médicas [7], com o objetivo de encontrar a melhor solução entre eles.

## Materiais e Métodos

Considerando a seção transversal de um corpo como um sistema com entrada e saída, pode-se citar exemplos de excitações, o Raio-X, a corrente elétrica e as ondas sonoras, entre outros. Desta forma, cada excitação terá uma resposta que será usada para solução do problema inverso da reconstrução da imagem de uma seção transversal, e esta seção em um sistema seria a função de transferência do mesmo. De acordo com o tipo de entrada se terá um determinado problema. Neste caso a excitação do sistema será um feixe de raios paralelos, e por isso, o problema pode ser representado pela equação linear:

$$b = Ax \quad (1)$$

Onde  $A$  é a matriz com os parâmetros de incidência na seção transversal,  $x$  é a matriz que representa os parâmetros da seção transversal (solução do problema) e  $b$  é conjunto de valores que correspondem a saída do sistema, valores desejados ou observados.

**Retroprojeção Filtrada** – Neste método a excitação é considerada como um feixe de raios paralelos incidindo na borda da seção com um ângulo  $\theta$  entre  $0^\circ$  a  $180^\circ$ , o que resulta em um sinal (perfil de absorção) de uma

dimensão (1-D), para cada ângulo de incidência, o qual é usado para fazer a reconstrução da imagem. As projeções resultantes da incidência dos feixes estão diretamente ligadas com o sinal perfil de absorção gerado, estas projeções geradas em cada ângulo de incidência compõe o senograma da imagem. Neste caso, o senograma é o resultado da Transformada de Radon expresso em função das variáveis  $\rho$  e  $\theta$  encontradas na equação discreta da Transformada, que considera a seção transversal como um plano de coordenadas discretas  $(x, y)$ :

$$g(\rho, \theta) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - \rho) \quad (2)$$

Onde  $\rho$  é o vetor deslocamento que está na direção perpendicular a cada linha do feixe incidente, sendo assim, existe um  $\rho$  diferente para cada linha do feixe. O ângulo  $\theta$  é o ângulo entre  $\rho$  e o eixo  $x$ .

Assim, a TR modela matematicamente as projeções após o feixe de incidência e a Transformada Inversa de Radon (TIR) modela as retroprojeções, a cada ângulo, e a reconstrução da imagem, que é o resultado da soma das retroprojeções. Sendo a TIR expressa por:

$$f_{\theta_k}(x, y) = g(\rho, \theta_k) = g(x \cos \theta_k + y \sin \theta_k, \theta_k) \quad (3)$$

Porém a imagem final sofre um efeito de “halo” correspondente a soma das retroprojeções. Este ruído pode ser retirado, quase completamente, pela filtragem no domínio da frequência de cada projeção. Essa filtragem ocorre geralmente utilizando-se o filtro rampa de Fourier.

Seja  $i(x, y)$  uma função discreta da projeção e  $I(u, v)$  a sua Transformada Discreta de Fourier (TDF), o processo de filtragem é dado pela equação:

$$G(u, v) = H(u, v) I(u, v) \quad (4)$$

Com  $G(u, v)$  representando a imagem filtrada no domínio da frequência e  $H(u, v)$  a função filtro rampa. Bastando aplicar a Transformada Inversa de Fourier em  $G(u, v)$  para obter-se a projeção no domínio espacial, e formar uma retroprojeção. Quando essa filtragem é empregada sobre cada projeção, o resultado da soma das retroprojeções será uma imagem com maior qualidade que a anterior [1].

**Técnica de Reconstrução Algébrica** – Neste, o problema da reconstrução também é considerado linear. Por isso pode ser resolvido de forma iterativa por um sistema de equações lineares que representam o método mais simples dentre os métodos de ART. Da seguinte forma:

$$\sum_{j=1}^N w_{ij} f_j = p_i, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (5)$$

No ART, cada raio incidente tem uma largura  $\tau$ , que geralmente tem a mesma largura de um pixel da imagem reconstruída. Considerando a imagem reconstruída como uma função  $f(x, y)$  discreta em pixels, com cada

pixel assumindo um valor constante  $f_j$  para todos os  $N$  números de pixels da imagem, e esta sendo uma matriz quadrada. Onde  $M$  é o número total de raios (considerando todas as projeções),  $i$  e  $j$  são o índice que representa cada raio e o índice que representa cada pixel, respectivamente. Todos os raios  $i$  terão uma medida  $p_i$  da integral de linha (raio soma), correspondentes a relação entre  $w_{ij}$  e  $f_j$ , com  $w_{ij}$  sendo um índice de variação da área da imagem em um pixel ou fator de ponderação que representa a contribuição de um pixel  $j$  para um raio  $i$  [2].

Neste método o objetivo é descobrir os valores de  $f_j$  e então reconstruir a imagem. Usa-se uma estimativa inicial denotada por  $\vec{f}_1^{(0)}, \vec{f}_2^{(0)}, \dots, \vec{f}_N^{(0)}$ , representada vetorialmente por  $\vec{f}^{(0)}$  no espaço N-dimensional, independente do valor de  $i$ . Para cada raio  $i$  se terá um vetor de valores  $f_j$ . Assim, quando o raio é  $i = 1$ , o vetor  $\vec{f}^{(0)}$ , criado primeiramente, é usado para calcular o vetor de resultados  $\vec{f}^{(1)}$ , e  $\vec{f}^{(1)}$  é usado para calcular o vetor  $\vec{f}^{(2)}$  quando o raio é  $i = 2$ , usando o mesmo raciocínio para o raio  $i = 3$  e assim sucessivamente. Generalizando:

$$\vec{f}^{(i)} = \vec{f}^{(i-1)} - \frac{\vec{f}^{(i-1)} \cdot \vec{w}_i - p_i}{\vec{w}_i \cdot \vec{w}_i} \vec{w}_i \quad (6)$$

onde  $\vec{w}_i = (w_{i1}, w_{i2}, w_{i3}, \dots, w_{iN})$ , e  $\vec{w}_i \cdot \vec{w}_i$  é denotado como produto pontual de  $\vec{w}_i$  por ele mesmo.

As reconstruções com este método usualmente sofrem ruídos causados pela inconsistência introduzida no conjunto de equações pelas aproximações no cálculo de  $w_{ij}$ . Por isso com o intuito de minimizar estes ruídos foi aplicada uma associação do Filtro Passa Alta e Passa Baixa de Butterworth em cada retroprojeção, utilizando o mesmo raciocínio da equação (4). Também será mostrada uma tentativa de melhorar a resolução da reconstrução com o auxílio do filtro Laplaciano, porém este filtro é muito sensível ao ruído e por isso não é indicado. O fluxograma a seguir demonstra os passos implementados:

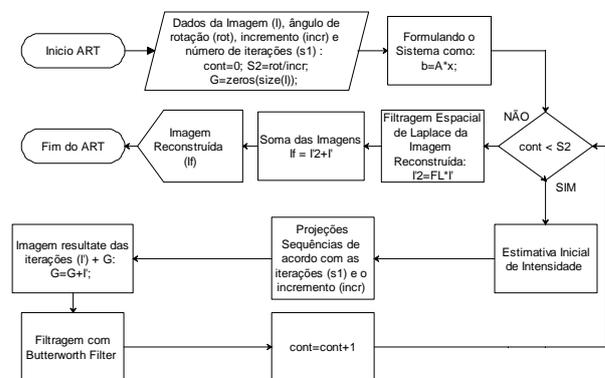


Figura 1: Fluxograma do método ART filtrado. Basta retirar os dois blocos do filtro de Laplace para filtrar apenas com o filtro Butterworth.

**Métodos Métricos de Avaliação** – Para a comparação quantitativa dos métodos de reconstrução, foram utilizados métodos métricos objetivos de avaliação da qualidade das imagens finais em relação a imagem da seção transversal, tais como *Mean Square Error* (MSE), *Peak Signal to Noise Ratio* (PSNR), *Structural Similarity Index* (SSIM). Por isso, estes métodos são classificados como *full reference*, pois consideram a imagem original como referência [8].

Quanto maior o valor de PSNR da imagem, melhor será sua qualidade. Este valor é calculado pela equação a seguir:

$$psnr = 10 \log_{10} \left( \frac{max^2}{mse} \right), \quad (7)$$

onde  $max$  é o máximo valor dentre todos os pixels da imagem e  $mse$  é a média dos erros quadráticos entre os pixels das imagens comparadas. O PSNR é nulo para  $mse=max$ , negativo quando  $mse$  toma valores muito altos e infinito quando  $mse=0$ . Sendo MSE calculado pela seguinte equação:

$$mse = \frac{\sum_{M,N} [I_1(m,n) - I_2(m,n)]^2}{M*N}, \quad (8)$$

onde  $I_1$  e  $I_2$  são as imagens comparadas,  $M$  e  $N$  são o número de linhas e colunas da imagem,  $m$  e  $n$  são os índices da matriz que representa cada imagem [8]. Além desses métodos, outra forma de avaliar as imagens finais é através do método SSIM representado pela seguinte equação:

$$ssim(f, h) = \frac{(2\mu_f\mu_h + C_1)(2\sigma_{fh} + C_2)}{(\mu_f^2 + \mu_h^2 + C_1)(\sigma_f^2 + \sigma_h^2 + C_2)}, \quad (9)$$

Considerando a imagem final e a original como os sinais  $f$  e  $h$ , onde  $\mu_f$  é a média do sinal  $f$  e  $\mu_h$  é a média do sinal  $h$ ,  $\sigma_{fh}$  é a covariância entre os sinais,  $\sigma^2$  é o desvio padrão e  $C_1$  e  $C_2$  são constantes que evitam a instabilidade dos valores. Assim, os valores de SSIM indicam o quanto a imagem é similar a original [8].

Estes métodos são aplicados sobre uma imagem de TIE de um tórax humano [9]. Utilizando-se do software Matlab para a manipulação dos algoritmos apresentados e a visualização dos resultados.

A tabela 1 é referência de resistividade de tecidos do corpo humano, especificamente aqueles em torno do tórax, para melhor entendimento da imagem de TIE utilizada na reconstrução.

Tabela 1: Medidas de Resistividade de alguns tecidos do corpo humano [10].

Tecido	Resistividade ( $\Omega m$ )
Osso	166
Pulmão	7,27 – 23,63
Músculo Cardíaco	4,24 (transversal)
Gordura	20,6
Líquido Cefalorraquiano	0,65

## Resultados

A figura 1.a será reconstruída e a figura 1.b é a reconstrução apenas com o *Filtered Back Projection* a figura 1.c é reconstruída apenas com o *Back Projection*.

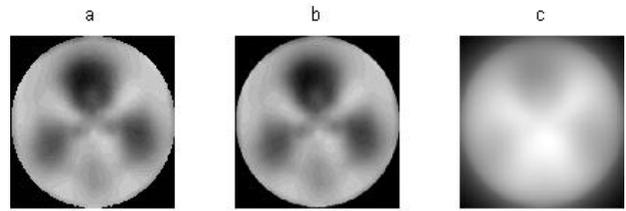


Figura 2: A figura (a) é uma imagem estática de TIE de um tórax humano saudável. A coluna vertebral é essa parte mais escura no topo da imagem, e o lado esquerdo do corpo está no lado direito da imagem. As duas áreas escuras na direita e na esquerda são os pulmões. Esta área clara na direita e abaixo do centro é o coração. A mancha cinzenta escura na parte inferior é o osso do peito. A medição foi realizada com o sistema de Moscou "TE-1". A figura (b) é a reconstrução da figura (a) por interpolação linear, com filtragem das projeções. A figura 2.c é a reconstrução da figura 2.a, por interpolação linear sem a filtragem das projeções, ocasionando o efeito de "halo".

A reconstrução por ART é um processo muito lento comparado ao Back Projection, além de ser suscetível a muitos ruídos. A figura 2 mostra a reconstrução da figura 1.a pelo método ART:

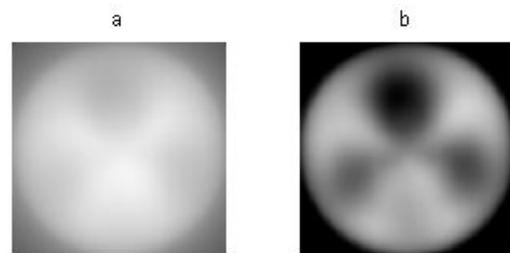


Figura 3: A imagem de TIE da figura 1.a, é reconstruída com ângulo de incremento de  $4^\circ$  e apenas com uma iteração do método ART, pois sem a filtragem de Butterworth a imagem se torna irreconhecível com o aumento das iterações. A figura 2.b é resultado do ART filtrado.

Ambas as reconstruções se tornam inapropriadas sem o processo de filtragem. Por isso foi preciso que um processamento no decorrer dos algoritmos fosse feito na tentativa de melhorar a resolução das imagens finais.

Na tentativa de melhorar o desempenho do método ART, utilizou-se de um filtro de Laplace. Este filtro reconhece as bordas nas imagens. Sabendo disso, filtrou-se com o filtro Laplaciano a figura 2.b e somou-se o resultado com a figura 2.d, como mostra a figura 1 e 5.

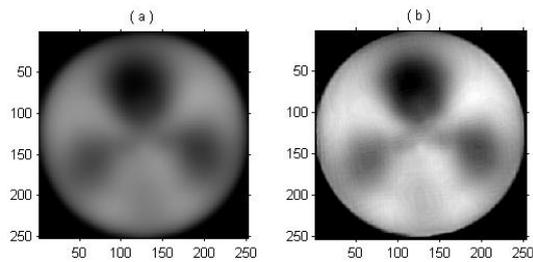


Figura 5: A figura (a) é a mesma figura 4.d e a figura (b) é o resultado da filtragem da figura (a) somada com a própria figura (a).

Utiliza-se a tabela 2 para melhor visualizar a análise quantitativa dos resultados através das métricas de avaliação.

Tabela 2: Avaliação do resultados através de PSNR, MSE, SSIM.

Iterações	Imagem	MSE	PSNR	SSIM
-	Original	0	Infinito	1
1	ART	0,1138	9,0594	0,5144
1	ARTF	0,2044	-8,744	0,2121
2	ART	0,9796	5,5612	0,3464
2	ARTF	0,1335	-0,9855	0,3888
3	ART	2,7642	4,4113	0,2353
3	ARTF	0,0814	4,5731	0,5159
4	ART	5,3517	3,8759	0,1701
4	ARTF	0,0468	9,3699	0,5897
-	Laplace	0,0629	19,6347	0,6260
-	FBP	0,0009	29,1788	0,7872

## Discussão

Na figura 1.b, a resolução da imagem torna difícil o reconhecimento da mesma. Ocorrendo o mesmo na figura 2, além de sofrer mais ruído.

Com a introdução dos filtros é evidente a melhora de resolução em ambos os métodos, tornando-os mais interessantes para a observação da imagem reconstruída. Porém a imagem que mais se assemelha com a imagem original é a reconstrução pelo método FBP, de acordo com a Tabela 2. Mesmo que a introdução do filtro de Laplace associado com os filtros de Butterworth tenha melhorado consideravelmente a imagem reconstruída pelo método ART, este método não é mais apropriado que o FBP.

Para um melhor diagnóstico médico é preciso uma boa precisão das imagens utilizadas para representar a seção transversal de um corpo, além disso, os algoritmos também precisam ser rápidos para que o diagnóstico seja feito em tempo real, o que está diretamente ligado com o esforço computacional empregado na execução do algoritmo.

Portanto, está clara a eficiência do método analítico FBP quando comparado com o método iterativo ART. Pois permite reconstruções mais próximas da imagem real. Mesmo que o método ART seja filtrado para

melhorar a imagem final, esta não tem uma resolução melhor que a reconstrução adquirida pelo FBP.

Com o objetivo de aplicar métodos mais modernos de reconstrução tomográfica implementados em TIE, pretende-se em trabalhos futuros abordar os métodos de gradientes projetados Landweber e Barzilai-Borwein.

## Agradecimentos

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ) pelo apoio financeiro recebido em forma de bolsa de Iniciação Científica.

## Referências

- [1] Gonzalez, R. C. e Woods, R. E. Processamento Digital de Imagens. 3ª Edição. Pearson, 2009;
- [2] Kak, A. C. and Slaney, M. Principles of Computerized Tomographic Imaging. On: IEEE Press, 1988, Chap. 7.
- [3] Andersen, A. H. Algebraic Reconstruction in CT from Limited Views. IEEE Transactions on Medical Imaging. Vol. 8. no 1, March 1989
- [4] Gordon, R. A Tutorial on ART (Algebraic Reconstruction Techniques). IEEE Transactions on Nuclear Science., Vol.NS-21, Jane 1974
- [5] Gordon, R. and Herman, G. T. Three Dimensional Reconstruction from Projections: A review Algorithms. Int . Rev. Cytol. vol. 38. pp. 111-151, 1974.
- [6] Andrade, M. A. Desenvolvimento de um Plugin Java para Reconstrução Tomográfica em SPECT. Tese (Mestrado). Pontifícia Universidade do Rio Grande do Sul. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. 2007.
- [7] H. F. de Campos Velho. Inverse Problems: Basic Concepts and Applications (invited short course), Bulletin of the Brazilian Society for Computing and Applied Mathematics, Série III, 2002.
- [8] Cardoso, J. V. M. Comparação das Métricas Objetivas de Qualidade de Vídeos Baseadas na Similaridade Estrutural e na Sensibilidade ao Erro. Revista de Tecnologia da Informação e Comunicação vol. 1, número 2, Abril 2012.
- [9] EIT Gallery [internet]. Available from: <http://www.cplire.ru/tserver/gallery/>- acessado em 20 de junho de 2014.
- [10] Barber, D. and Brown, B. Applied Potential Tomography. J. Phys. E: Sci.