

UM ALGORITMO DE EVOLUÇÃO DIFERENCIAL MODIFICADO COM BUSCA NÃO-CEGA PARA TOMOGRAFIA POR IMPEDÂNCIA ELÉTRICA

R. R. Ribeiro*, A. R. S. Feitosa*, R. E. de Souza* e W. P. dos Santos*

*Departamento de Engenharia Biomédica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil
e-mail: reigaramalho@gmail.com

Resumo: Tecidos vivos quando expostos a radiação ionizante pode causar vários problemas de saúde, sendo o câncer provavelmente o mais complicado. Tomografia por Impedância Elétrica (TIE) é uma técnica não-invasiva de imagem caracterizada pelo seu baixo custo, portabilidade e facilidade de manuseio. Porém, a reconstrução de imagem de TIE é baseada na resolução de um problema inverso mal-posto governado pela Equação de Poisson, ou seja, não existem soluções matemáticas únicas para resolver esta equação. Neste trabalho apresentamos um método de reconstrução de TIE com base na otimização do erro relativo de reconstrução utilizando uma nova versão modificada da evolução diferencial (ED-M) com busca não-cega. Foram estudadas duas formas de inicialização: totalmente aleatória e incluindo uma solução imperfeita mas anatomicamente consistente com base no método de reconstrução de Gauss-Newton, de acordo com o critério de Saha e Bandyopadhyay para a busca inicial não-cega em algoritmos de otimização, a fim de orientar o processo iterativo para evitar soluções inconsistentes anatomicamente. Nossa abordagem foi comparar os resultados obtidos pela nova versão modificada da ED com e sem busca não-cega como forma de encontrar o melhor método para reconstrução de imagens de TIE. Os resultados foram avaliados quantitativa e qualitativamente, com imagens originais do volume em estudo usando o erro quadrático médio relativo, mostrando que nossos resultados atingiram baixas magnitudes de erro e foram morfologicamente consistentes, respectivamente.

Palavras-chave: Tomografia por impedância elétrica, reconstrução de imagem, algoritmos de reconstrução, evolução diferencial, busca não-cega.

Abstract: Living tissues when exposed to ionizing radiation can cause several health problems, being probably the most complicated cancer. Electrical Impedance Tomography (EIT) is a non-invasive imaging technique characterized by its low cost, portability and ease of handling. However, the EIT image reconstruction is based on solving an ill-posed inverse problem governed by the Poisson equation, i.e., there are no unique mathematical solutions to solve this equation. We present a method for EIT reconstruction based on optimizing the relative error of reconstruction using a new modified version of the differential evolution (DE-M) with non-blind search. Two forms of initialization were studied: completely random and

including an imperfect but anatomically consistent solution based on the Gauss-Newton reconstruction method, according to the criterion of Saha and Bandyopadhyay for non-blind initial search in optimization algorithms, the to guide the iterative process to avoid anatomically inconsistent solutions. Our approach was to compare the results obtained by the new modified DE version with and without non-blind search as a way to find the best method for EIT image reconstruction. The results were evaluated quantitatively and qualitatively with original images of the volume under study using the mean square error, showing that our results achieved lower error magnitudes and were morphologically consistent respectively.

Keywords: Electrical impedance tomography, image reconstruction, reconstruction algorithms, differential evolution, non-blind search.

Introdução

A Tomografia por impedância elétrica (TIE) tem se mostrado uma técnica de imagem interessante por ser não-invasiva, não utilizar radiação ionizante e oferecer um amplo campo de possibilidades devido ao seu baixo custo relativo, portabilidade e facilidade de manipulação [1], [8]. Ela baseia-se na resolução de um problema inverso, tentando encontrar a distribuição de resistência ou condutividade elétrica no interior do volume sob estudo, a partir da aplicação de correntes elétricas ao arranjo de eletrodos colocados na superfície do volume em estudo e medição dos potenciais elétricos resultantes da estimulação elétrica [1], [10].

A reconstrução de imagens de TIE é um problema mal-posto, ou seja, não há uma única distribuição de condutividade para um determinado conjunto de potenciais elétricos em eletrodos de superfície [1], [9]. Neste trabalho apresentamos um método de reconstrução de TIE baseado na otimização do erro relativo de reconstrução com evolução diferencial (ED) e busca não-cega. Onde candidatos a solução são prováveis distribuições de condutividade.

ED consiste em uma classe de algoritmos evolutivos para otimização e busca que são compostos pelos operadores básicos de cruzamento e mutação [1], [4]. Neste trabalho apresentamos um método de reconstrução de TIE baseado na otimização do erro relativo de reconstrução utilizando ED modificada [1], [6] e critério de Saha e Bandyopadhyay para busca

inicial não-cego em algoritmos de otimização [2]. O conjunto inicial de soluções utilizadas pela ED é variada de acordo com duas abordagens: conjunto totalmente aleatório de indivíduos e inclusão de uma versão ruidosa da solução obtida a partir do algoritmo de reconstrução de Gauss-Newton. Nossa hipótese é que essa abordagem poderia ajudar a acelerar a convergência e garantir soluções para a ED morfológicamente consistentes. Realizamos simulações onde avaliamos o uso de algoritmo de ED, com e sem busca não-cega. Estes resultados são comparados com imagens originais do domínio sob estudo, usando o erro quadrado relativo entre as distribuições dadas e calculadas de potenciais elétricos na borda do domínio. Análises quantitativa e qualitativa demonstram que nossos resultados são consistentes anatomicamente e relativamente fácil de produzir, uma vez que a ED não precisa de um grande conjunto de parâmetros de inicialização.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: na seção “Materiais e Métodos” apresentamos brevemente revisões bibliográficas e também a metodologia dos experimentos propostos; na seção “Resultados” são apresentados os resultados dos experimentos; e na seção “Discussão e Conclusão” são feitos comentários sobre os resultados com uma breve conclusão do trabalho.

Materiais e métodos

Tomografia por impedância elétrica – As equações governantes de um problema de TIE são a Equação de Poisson e as expressões seguintes [1]:

$$\nabla \cdot [\sigma(\vec{u}) \nabla \phi(\vec{u})] = 0, \quad \forall \vec{u} \in \Omega, \quad (1)$$

$$\phi_{ext}(\vec{u}) = \phi(\vec{u}), \quad \forall \vec{u} \in \partial\Omega, \quad (2)$$

$$I(\vec{u}) = -\sigma(\vec{u}) \nabla \phi(\vec{u}) \cdot \hat{n}(\vec{u}), \quad \forall \vec{u} \in \partial\Omega, \quad (3)$$

onde $\vec{u} = (x, y, z)$ é a posição do voxel, $\phi(\vec{u})$ é a distribuição de potenciais elétricos, $\phi_{ext}(\vec{u})$ é a distribuição de potenciais elétricos nos eletrodos de superfície, $I(\vec{u})$ é a corrente elétrica, periódica com frequência ω_0 para evitar efeitos elétricos de superfície, $\sigma(\vec{u})$ é a distribuição de condutividades elétricas (imagem de interesse), Ω é o volume de interesse, também conhecido como domínio, e $\partial\Omega$ é a borda do domínio (superfície). $\hat{n}(\vec{u})$ é o vetor normal de superfície na posição $\vec{u} \in \partial\Omega$.

O problema de determinação dos potenciais elétricos dos eletrodos de superfície $\phi_{ext}(\vec{u})$ dado correntes $I(\vec{u})$ e distribuição de condutividade $\sigma(\vec{u})$ é chamado problema direto da TIE e modelado pela seguinte relação:

$$\phi_{ext}(\vec{v}) = f(I(\vec{v}), \sigma(\vec{u})), \quad \forall \vec{v} \in \partial\Omega \wedge \vec{u} \in \Omega \quad (4)$$

enquanto o problema de determinação da distribuição de condutividade $\sigma(\vec{u})$ (imagem tomográfica) dado $I(\vec{u})$ e $\phi_{ext}(\vec{u})$ é conhecido como problema inverso da TIE, modelado como a seguir:

$$\sigma(\vec{u}) = f^{-1}(I(\vec{v}), \phi_{ext}(\vec{v})), \quad \forall \vec{v} \in \partial\Omega \wedge \vec{u} \in \Omega \quad (5)$$

Algoritmo de Gauss-Newton – O algoritmo de Gauss-Newton é um método numérico baseado em gradiente descendente usado para resolver problemas de mínimos quadrados não-lineares. É um método de minimização bem conhecido designado para minimizar um somatório de valores de função quadrada baseado em uma modificação do método de Newton, implementada para eliminar o uso de derivadas de segunda ordem [1], [3], [7].

No contexto de TIE, o algoritmo de Gauss-Newton é empregado para encontrar a distribuição de condutividades elétricas σ_k que minimiza

$$s_k = \frac{1}{2} \sum_{\vec{u} \in \partial\Omega} (\phi_{ext,k}(\vec{u}) - \phi_{ext}(\vec{u}))^2, \quad (6)$$

onde

$$\phi_{ext,k}(\vec{u}) = f(I(\vec{u}), \sigma_k(\vec{v})), \quad (7)$$

para $\vec{u} \in \partial\Omega$ e $\vec{v} \in \Omega$ [1].

Evolução Diferencial – Evolução Diferencial (ED) consiste em uma família de algoritmos evolucionários de otimização e busca, composta pelos operadores básicos de cruzamento e mutação misturados em um operador único, num processo em que a seleção natural é modelada pela substituição de indivíduos por seu descendente mais adaptado [1], [6]. Basicamente, um conjunto de candidatos à solução, nomeados agentes, é inicializado com posições aleatórias dentro do espaço de busca [1], [4], [6]. Em seguida, esses agentes são cruzados e mutados e, no caso da versão cruzada e mutada obtém uma aptidão melhor que os agentes originais, estes são substituídos pelas suas novas versões [1], [4]. Este processo encontra-se detalhado no algoritmo seguinte, concebida para a minimização de uma função objetivo $f_0: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, onde P_{CR} é a probabilidade de cruzamento [1]:

- 1) Gerar a população inicial de n agentes, cada um representado por um vetor x_i , onde $i = 1, 2, \dots, n$;
- 2) Repetir até que seja atingido o máximo de iterações:
 - a) Para $i = 1, 2, \dots, n$ faça
 - i) Dado um número aleatório $r \sim U[0,1]$;
 - ii) Se $r \leq P_{CR}$ então
 - A) Gerar novo agente cruzado e mutado $\tilde{x}_i$;
 - B) Se $f_0(\tilde{x}_i) < f_0(x_i)$ então $x_i \leftarrow \tilde{x}_i$ (minimização);

Novo algoritmo de evolução diferencial modificado – Nossa proposta consiste em uma modificação relativamente simples do processo de geração do i -ésimo agente cruzado e mutado (ED-M), definido como se segue:

$$\tilde{x}_i = x_b + \eta_1(x_i - x_b) + \eta_2(x_{j_1} - x_{j_2}) \quad (8)$$

onde $\eta_1, \eta_2 \sim U[0,1]$ e $i \neq j_1 \neq j_2$ [1]. Vetor x_b é o agente mais adaptado na geração atual.

Função objetivo para Reconstrução-TIE – A fim de algoritmos evolucionários adequados para resolver o problema inverso da TIE, definimos a função objetivo como o erro quadrático relativo da seguinte forma:

$$f_0(x) = \epsilon(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n_p} (U_i(x) - V_i)^2}{\sum_{i=1}^{n_p} (V_i)^2} \quad (9)$$

$$V = (V_1, V_2, \dots, V_{n_p})^T$$

$$U(x) = (U_1(x), U_2(x), \dots, U_{n_p}(x))^T$$

onde V é a distribuição de potenciais elétricos medidos na borda, e $U(x)$ é a distribuição de potenciais elétricos calculados na borda. Sendo n_p o número de eletrodos na borda.

Reconstrução de imagem usando EIDORS – EIDORS é um projeto cujo objetivo é fornecer algoritmos de software livre implementados em MATLAB/Octave para a modelagem direta e inversa da TIE e Tomografia Óptica baseada em Difusão, em ambientes médico e industrial, e para compartilhar dados e promover a colaboração entre grupos de trabalho nestes campos [1], [5].

Busca não-cega – Saha e Bandyopadhyay afirmam que, a fim de evitar busca totalmente aleatória e acelerar a convergência dos algoritmos de otimização, devemos definir a população inicial de soluções candidatas utilizando soluções obtidas de métodos imprecisos simples e diretos [2]. Nossa hipótese é que o uso de ED para resolver o problema inverso mal-posto da TIE pode obter soluções razoáveis usando um pequeno número de iterações quando o primeiro conjunto da população envolve uma solução candidata construída usando versões ruidosas da solução obtida pelo método de Gauss-Newton.

Métodos e experimentos propostos – A fim de avaliar a nossa proposta, projetamos experimentos para 16 eletrodos, 415 elementos da malha da grade circular 2D com nível de densidade 'b' e nível de refinamento '2' (parâmetros do EIDORS). Os problemas estudados consistem em detectar objetos irregulares isolados em duas configurações: (a) no centro do domínio e (b) perto da borda do domínio. Utilizou-se o erro relativo entre as distribuições de potenciais elétricos medidos e calculados na borda como a função objetivo para o método evolucionário de otimização proposto neste trabalho. Candidatas a solução são vetores onde cada dimensão corresponde a um determinado elemento finito da grade. Trabalhamos com os tamanhos de população de 100 indivíduos, ou seja, candidatas a solução. Fizemos experimentos para 50, 300 e 500 iterações, com $P_{CR} = 0,90$. Para a ED com busca não-cega, a população inicial foi composta por 99 soluções aleatórias e uma versão ruidosa da solução obtida com o método clássico de Gauss-Newton implementado em EIDORS, adicionando um ruído de magnitude de 5%.

Resultados

A Figura 1 mostra as distribuições de condutividade simuladas para objetos isolados eletricamente colocados no centro (a) e perto da borda (b) do domínio circular. Figuras 2 e 3 mostram os resultados da reconstrução obtidos a partir da versão modificada do algoritmo de evolução diferencial sem (ED-M) e com busca não-cega (ED-M-BNC) que propomos neste trabalho, respectivamente, para objetos colocados no centro (a1, a2 e a3) e perto da borda (b1, b2 e b3) do domínio circular para 50, 300 e 500 iterações. Figuras 4 e 5 apresentam a evolução do erro relativo com o número de iterações para o objeto isolado colocado no centro e perto da borda do domínio.

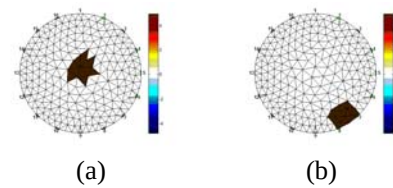


Figura 1: Distribuições de condutividade elétrica originais simuladas para objetos isolados colocados no centro (a) e perto da borda (b) do domínio circular.

Discussão e Conclusão

O comportamento dos algoritmos de reconstrução pode ser observado pela análise visual dos resultados mostrados nas Figuras 2 e 3. ED com inicialização totalmente aleatória (ED-M) retorna resultados consistentes morfologicamente, como pode ser visto na Figura 2, mas não foi tão eficiente quanto a ED com busca não-cega (ED-M-BNC), como é demonstrada através dos gráficos das Figuras 4 e 5. ED-M-BNC obteve resultados conclusivos e anatomicamente consistentes para 50 iterações em ambas as configurações, como pode ser visto na Figura 3, ao contrário da ED-M que obteve uma imagem borrada para 50 iterações e objeto isolado no centro, como pode ser visto na Figura 2(a1). É evidente que a introdução de uma solução imprecisa, mas anatomicamente correta, na inicialização (ED-M-BNC) levou a ED escapar de mínimo local, tornado a convergência mais rápida que a da ED com inicialização totalmente aleatória (ED-M).

Podemos concluir que o uso de algoritmo de ED inicializado com candidatas a solução obtidos usando busca não-cega, baseado no critério de Saha e Bandyopadhyay [2], pode gerar resultados consistentes para um número pequeno de gerações, evitando um número exagerado de cálculos da função objetivo, isto é, o total de cálculos dos potenciais elétricos nos eletrodos (resolução do problema direto da TIE). Estes resultados podem ainda ser melhorados através da investigação de arquiteturas paralelas.

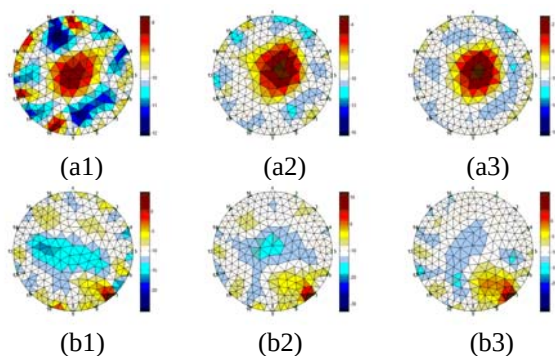


Figura 2: Resultados de reconstrução para objetos colocados no centro (a1, a2 e a3) e perto da borda (b1, b2 e b3) do domínio circular para 50, 300 e 500 iterações respectivamente, usando ED-M.

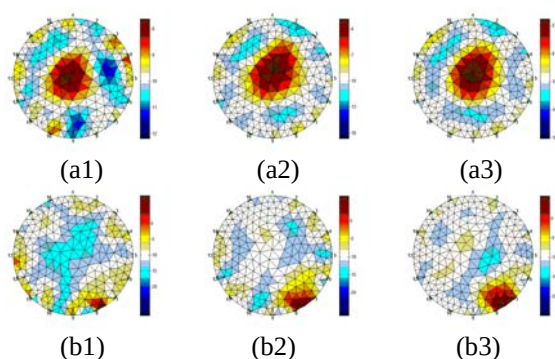


Figura 3: Resultados de reconstrução para objetos colocados no centro (a1, a2 e a3) e perto da borda (b1, b2 e b3) do domínio circular para 50, 300 e 500 iterações respectivamente, usando ED-M-BNC.

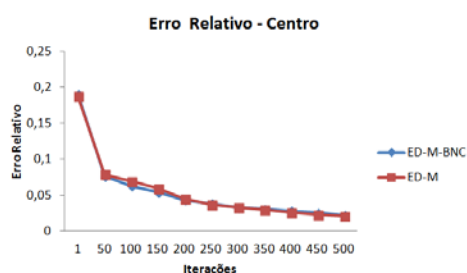


Figura 4: Erro decrescente de acordo com o número de iterações para objeto isolado no centro do domínio.

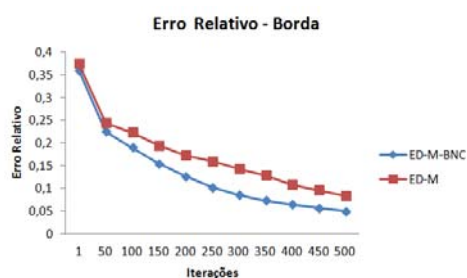


Figura 5: Erro decrescente de acordo com o número de iterações para objeto isolado próximo da borda do domínio.

Agradecimentos

Os autores agradecem a FACEPE e a CAPES pelo financiamento.

Referências

- [1] Ribeiro RR, Feitosa ARS, Souza RE, Santos WP. A modified differential evolution algorithm for the reconstruction of electrical impedance tomography images. In: Proceedings of the 5th IEEE Biosignal and Robotics Conference; 2014 May 26-28; Salvador, Brasil. 2014.
- [2] Saha S, Bandyopadhyay S. Application of a New Symmetry-Based Cluster Validity Index for Satellite Image Segmentation. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters. 2008; 5(2):166-170.
- [3] Rolnik VP, Seleglim P. A specialized genetic algorithm for the electrical impedance tomography of two-phase flows. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering. 2006; 28(4):378-389.
- [4] Das S, Konar A. Automatic image pixel clustering with an improved differential evolution. Applied Soft Computing. 2009; 9(1):226-236.
- [5] Vauhkonen M, Lionheart WRB, Heikkinen LM, Vauhkonen PJ, Kaipio JP. A MATLAB package for the EIDORS project to reconstruct two-dimensional EIT images. Physiological Measurement. 2001; 22(1): 107.
- [6] Braak CJFT. A Markov Chain Monte Carlo version of the genetic algorithm Differential Evolution: easy Bayesian computing for real parameter spaces. Statistics and Computing. 2006; 16(3):239-249.
- [7] Lima CR, Mello LAM, Lima RG, Silva ECN. Electrical impedance tomography through constrained sequential linear programming: a topology optimization approach. Measurement Science and Technology. 2007; 18(9):2847.
- [8] Carosio GLC, Rolnik V, Seleglim P. Improving efficiency in electrical impedance tomography problem by hybrid parallel genetic algorithm and a priori information. In: Proceedings of the XXX Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional; 2007 sep 3-6; Florianópolis, Brasil. 2007.
- [9] Menin OH, Artioli VR. Tomografia de Impedância Elétrica: uma nova técnica de imageamento em medicina. Revista Iluminart. 2010; 1(5):12-25.
- [10] Rasteiro MG, Silva R, Garcia FAP, Faia P. Electrical Tomography: a review of Configurations and Applications to Particulate Processes. KONA Powder and Particle Journal. 2011; 29(29):67-80.