

# RECONSTRUÇÃO DE IMAGENS DE TOMOGRAFIA POR IMPEDÂNCIA ELÉTRICA USANDO EVOLUÇÃO DIFERENCIAL MODIFICADA

R. R. Ribeiro\*, A. R. S. Feitosa\*, R. E. de Souza\* e W. P. dos Santos\*

\*Departamento de Engenharia Biomédica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil  
e-mail: reigaramalho@gmail.com

**Resumo:** A Tomografia por Impedância Elétrica (TIE) trata-se de uma técnica de imagem não invasiva baseada na reconstrução do mapa de condutividade ou resistividade elétrica do interior do domínio sob estudo, a partir da aplicação de corrente elétrica alternada de alta frequência e baixa amplitude em eletrodos de superfície posicionados ao redor do domínio. A TIE é caracterizada por não utilizar radiação ionizante e oferecer um vasto campo de possibilidades, devido a seu baixo custo, portabilidade e fácil manipulação. Contudo, a reconstrução de imagem de TIE é um problema mal-posto governado pela Equação de Poisson, logo não existem soluções matemáticas únicas para resolver esta equação. Neste trabalho apresentamos um método de reconstrução de TIE baseado na otimização do erro relativo de reconstrução usando duas versões modificadas do algoritmo de Evolução Diferencial: ED-M1 e ED-M2. Nossa abordagem foi comparar estas versões modificadas da evolução diferencial com a versão clássica (ED-C) como forma de encontrar a melhor versão para reconstrução de imagens de TIE. Os resultados foram avaliados quantitativamente com imagens originais do volume em estudo usando o erro quadrático médio relativo, mostrando que os resultados de reconstrução quando usada a versão modificada (ED-M2) alcançaram consideravelmente baixa magnitude de erro comparado a versão clássica e a versão modificada (ED-M1). Avaliação qualitativa também indicou que estes resultados foram anatomicamente consistentes.

**Palavras-chave:** Tomografia por impedância elétrica, reconstrução de imagem, algoritmos de reconstrução, evolução diferencial.

**Abstract:** *The Electrical Impedance Tomography (EIT) it is a technique of non-invasive image based reconstruction of electrical conductivity or resistivity map of the interior of the domain under study, from the application of an alternating electric current of high frequency and low amplitude surface electrodes positioned around the field. The EIT is characterized by not using ionizing radiation and provide a wide field of possibilities due to its low cost, portability and easy handling. However, the EIT image reconstruction is a ill-posed problem governed by the Poisson equation, then there is no unique mathematical solutions to solve this equation. In this work we present a EIT reconstruction method based on the optimization of the relative error of reconstruction using two modified versions of the Differential Evolution algorithm: DE-*

*M1 and DE-M2. Our approach was to compare these modified versions of differential evolution with the classic version (DE-C) in order to find the best version for EIT image reconstruction. The results were quantitatively evaluated with original images of the volume under study using the mean square error, showing that the reconstruction results when using the modified version (DE-M2) achieved significantly lower error magnitude compared to the classic version and the modified version (DE-M1). Qualitative assessment also indicated that these results were anatomically consistent.*  
**Keywords:** *Electrical impedance tomography, image reconstruction, reconstruction algorithms, differential evolution.*

## Introdução

TIE é uma técnica de imagem não-invasiva que não utiliza radiação ionizante e oferece um amplo campo de possibilidades devido ao seu baixo custo relativo, portabilidade e principalmente a segurança de manipulação [1], [7].

A reconstrução de imagens de TIE consiste na resolução do problema inverso mal-posto, ou seja, não há uma única distribuição de condutividade ou resistividade para um determinado conjunto de potenciais elétricos em eletrodos de superfície, a fim de encontrar a distribuição de condutividade ou resistividade elétrica no interior de um domínio condutor baseando-se nas informações de injeção e medição de corrente elétrica e voltagens em eletrodos localizados na fronteira do domínio [1], [5], [6]. Neste trabalho apresentamos um método de reconstrução de TIE baseado na otimização do erro relativo de reconstrução com evolução diferencial. Sendo os candidatos a solução prováveis distribuições de condutividade. O erro de reconstrução é definido como o erro entre as distribuições dadas e calculadas de potenciais elétricos na borda do domínio.

Evolução Diferencial consiste em uma classe de algoritmos evolutivos para otimização e busca que são compostos pelos operadores básicos de cruzamento e mutação [2], [4]. O uso de algoritmos evolucionários, tais como algoritmos de evolução diferencial pode fornecer métodos iterativos de reconstrução de imagens de TIE que não há necessidade de calcular derivadas [1], [8], como necessário em métodos baseados em Gauss-Newton comumente utilizados [3]. Neste trabalho propomos uma abordagem relativamente simples para a

reconstrução de imagens de TIE usando evolução diferencial. Realizamos simulações onde avaliamos o uso da versão clássica e de duas versões modificadas da evolução diferencial: ED-C, ED-M1 e ED-M2, respectivamente. Estes resultados são comparados com as imagens originais do domínio sob estudo, usando o erro quadrático relativo. A análise quantitativa e qualitativa demonstra que os resultados para as versões modificadas ED-M1 e ED-M2 são consistentes anatomicamente e relativamente de fácil geração, uma vez que a evolução diferencial não precisa de um grande conjunto de parâmetros de inicialização.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: na seção “Materiais e Métodos” apresentamos brevemente revisões bibliográficas e também a metodologia dos experimentos propostos; na seção “Resultados” são apresentados os resultados dos experimentos; e na seção “Discussão e Conclusão” são feitos comentários sobre os resultados com uma breve conclusão do trabalho.

## Materiais e métodos

**Tomografia por impedância elétrica** – As equações governantes de um problema de Tomografia por Impedância Elétrica (TIE) são a Equação de Poisson e as expressões seguintes [1]:

$$\nabla \cdot [\sigma(\vec{u})\nabla\phi(\vec{u})] = 0, \quad \forall \vec{u} \in \Omega, \quad (1)$$

$$\phi_{ext}(\vec{u}) = \phi(\vec{u}), \quad \forall \vec{u} \in \partial\Omega, \quad (2)$$

$$I(\vec{u}) = -\sigma(\vec{u})\nabla\phi(\vec{u}) \cdot \hat{n}(\vec{u}), \quad \forall \vec{u} \in \partial\Omega, \quad (3)$$

onde  $\vec{u} = (x, y, z)$  é a posição do voxel,  $\phi(\vec{u})$  é a distribuição de potenciais elétricos,  $\phi_{ext}(\vec{u})$  é a distribuição de potenciais elétricos nos eletrodos de superfície,  $I(\vec{u})$  é a corrente elétrica, periódica com frequência  $\omega_0$  para evitar efeitos elétricos de superfície,  $\sigma(\vec{u})$  é a distribuição de condutividades elétricas (imagem de interesse),  $\Omega$  é o volume de interesse, também conhecido como domínio, e  $\partial\Omega$  é a borda do domínio (superfície).  $\hat{n}(\vec{u})$  é o vetor normal de superfície na posição  $\vec{u} \in \partial\Omega$ .

O problema de determinação dos potenciais elétricos dos eletrodos de superfície  $\phi_{ext}(\vec{u})$  dado correntes  $I(\vec{u})$  e distribuição de condutividade  $\sigma(\vec{u})$  é chamado problema direto da TIE e modelado pela seguinte relação:

$$\phi_{ext}(\vec{v}) = f(I(\vec{v}), \sigma(\vec{u})), \quad \forall \vec{v} \in \partial\Omega \wedge \vec{u} \in \Omega \quad (4)$$

enquanto o problema de determinação da distribuição de condutividade  $\sigma(\vec{u})$  (imagem tomográfica) dado  $I(\vec{u})$  e  $\phi_{ext}(\vec{u})$  é conhecido como problema inverso da TIE, modelado como a seguir:

$$\sigma(\vec{u}) = f^{-1}(I(\vec{v}), \phi_{ext}(\vec{v})), \quad \forall \vec{v} \in \partial\Omega \wedge \vec{u} \in \Omega \quad (5)$$

**Evolução diferencial** – Evolução Diferencial (ED) consiste em uma família de algoritmos evolucionários de otimização e busca, composta pelos operadores básicos de cruzamento e mutação misturados em um

operador único, num processo em que a seleção natural é modelada pela substituição de indivíduos por seu descendente mais adaptado [2], [4]. Basicamente, um conjunto de candidatos à solução, nomeados agentes, é inicializado com posições aleatórias dentro do espaço de busca [2], [4]. Em seguida, esses agentes são cruzados e mutado e, no caso da versão cruzada e mutada obtém uma aptidão melhor que os agentes originais, eles são substituídos pelas suas novas versões [2], [4]. Este processo encontra-se detalhado no algoritmo seguinte, concebida para a minimização de uma função objetivo  $f_0: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ , onde  $P_{CR}$  é a probabilidade de cruzamento [2], [4]:

- 1) Gerar a população inicial de  $n$  agentes, cada um representado por um vetor  $x_i$ , onde  $i = 1, 2, \dots, n$ ;
- 2) Repetir até que seja atingido o máximo de iterações:
  - a) Para  $i = 1, 2, \dots, n$  faça
    - i) Dado um número aleatório  $r \sim U[0,1]$ ;
    - ii) Se  $r \leq P_{CR}$  então
      - A) Gerar novo agente cruzado e mutado  $\check{x}_i$ ;
      - B) Se  $f_0(\check{x}_i) < f_0(x_i)$  então  $x_i \leftarrow \check{x}_i$  (minimização);

Na versão clássica do algoritmo de evolução diferencial (ED-C), o  $i$ -ésimo agente cruzado e mutado, comumente conhecido como *trial vector*, é definida como se segue [2]:

$$\check{x}_i = x_{j_1} + \eta(x_{j_2} - x_{j_3}) \quad (6)$$

onde  $\eta \sim U[0,1]$  e  $i \neq j_1 \neq j_2 \neq j_3$ . Vetor  $x_i$  é também conhecido como *target vector* (ou  $i$ -ésimo agente).

Em uma versão modificada do algoritmo de evolução diferencial (ED-M1), cinco agentes são cruzados e mutados para gerar a nova versão do  $i$ -ésimo agente, definido como se segue [2]:

$$\check{x}_i = x_{j_1} + \eta_1(x_{j_2} - x_{j_3}) + \eta_2(x_{j_4} - x_{j_5}) \quad (7)$$

onde  $\eta_1, \eta_2 \sim U[0,1]$  e  $i \neq j_1 \neq j_2 \neq j_3 \neq j_4 \neq j_5$ .

Em outra versão modificada do algoritmo de evolução diferencial (ED-M2) emprega dois agentes aleatórios e  $x_b$  como o agente mais adaptado na geração atual para produzir o  $i$ -ésimo agente cruzado e mutado, definido como se segue [2]:

$$\check{x}_i = x_i + \eta_1(x_b - x_i) + \eta_2(x_{j_1} - x_{j_2}) \quad (8)$$

onde  $\eta_1, \eta_2 \sim U[0,1]$  e  $i \neq j_1 \neq j_2$ .

**Função objetivo para Reconstrução-TIE** – A fim de algoritmos evolucionários adequados para resolver o problema inverso da TIE, definimos a função objetivo como o erro quadrático relativo da seguinte forma:

$$f_0(x) = \epsilon(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n_p} (U_i(x) - v_i)^2}{\sum_{i=1}^{n_p} (v_i)^2} \quad (9)$$

$$V = (V_1, V_2, \dots, V_{n_p})^T$$

$$U(x) = (U_1(x), U_2(x), \dots, U_{n_p}(x))^T$$

onde  $V$  é a distribuição de potenciais elétricos medidos na borda, e  $U(x)$  é a distribuição de potenciais elétricos calculados na borda. Sendo  $n_p$  o número de eletrodos na borda.

**Reconstrução de imagem usando EIDORS** – *EIDORS* é um projeto cujo objetivo é fornecer algoritmos de software livre implementados em *MATLAB/Octave* para a modelagem direta e inversa da Tomografia por Impedância Elétrica (TIE) e Tomografia Óptica baseada em Difusão, em ambientes médico e industrial, e para compartilhar dados e promover a colaboração entre grupos de trabalho nestes campos [3].

**Métodos e experimentos propostos** – A fim de avaliar a nossa proposta, projetamos experimentos para 16 eletrodos, 415 elementos da malha da grade circular 2D com nível de densidade 'b' e nível de refinamento '2' (parâmetros do *EIDORS*). Os problemas estudados consistem em detectar objetos irregulares isolados em duas configurações: (a) no centro do domínio e (b) perto da borda do domínio. Utilizou-se o erro relativo entre as distribuições de potenciais elétricos medidos e calculados na borda como a função objetivo para todos os métodos evolucionários de otimização que usamos neste trabalho. Candidatos a solução são vetores reais usados como abstrações teóricas para distribuições de condutividade possíveis, onde cada dimensão corresponde a um determinado elemento finito da grade. Trabalhamos com os tamanhos de população de 100 indivíduos, ou seja, candidatos a solução. Fizemos experimentos para 50, 100, 150, 200, 250, 300, 350, 400, 450, e 500 iterações. Sendo  $P_{CR} = 0,90$  para os métodos de evolução diferencial: ED-C, ED-M1 e ED-M2.

## Resultados

A Figura 1 mostra as distribuições de condutividade simuladas para objetos isolados eletricamente colocados no centro (a) e perto da borda (b) do domínio circular. Figuras 2, 3 e 4 mostram os resultados da reconstrução obtidos a partir de algoritmos de evolução diferencial clássico (ED-C) e modificados 1 (ED-M1) e 2 (ED-M2) que propomos neste trabalho, respectivamente, para objetos colocados no centro (a1, a2 e a3) e perto da borda (b1, b2 e b3) do domínio circular para 50, 300 e 500 iterações. Figuras 5 e 6 apresentam a evolução do erro relativo com o número de iterações para o objeto isolado colocado no centro e perto da borda do domínio, respectivamente.

## Discussão e Conclusão

Do ponto de vista da análise qualitativa, o comportamento dos algoritmos de reconstrução pode ser investigado pela análise dos resultados visuais

mostrados pelas imagens 2, 3 e 4. Reconstrução baseada em ED-C demonstrou um comportamento interessante porque, embora os resultados obtidos durante as primeiras 50 iterações ainda não são nem conclusivos nem anatomicamente consistentes, resultados para 300 iterações já são anatomicamente corretos, considerando-se a baixa resolução das imagens da TIE (ver Figura 2). Método ED-M1 não teve sucesso na reconstrução dos casos em que o objeto de estudo estava no centro do domínio, o que é evidenciado pela Figura 3. Método ED-M2 demonstrou boa convergência para a solução reconstruída, uma vez que seus resultados com apenas 50 iterações já estão anatomicamente consistentes, conforme representado na Figura 4. As Figuras 2, 3 e 4 também ilustram que os métodos de ED-C e ED-M1 obtiveram resultados inferiores quando comparados qualitativamente com os obtidos usando ED-M2, considerando 50 iterações.

A partir dos gráficos das Figuras 5 e 6, é possível avaliar quantitativamente os resultados de acordo com a convergência dos algoritmos. Pode ser visto claramente que o método ED-M2 surgiu como o melhor método para reconstrução, que é confirmada pela análise qualitativa desenvolvida acima.

A versão modificada do algoritmo de evolução diferencial (ED-M2) provou ser a melhor abordagem evolutiva para a reconstrução de imagem de TIE, tanto do ponto de vista qualitativo quanto quantitativo, quando comparado com o algoritmo de evolução diferencial clássico (ED-C) e outra versão modificada conhecida de evolução diferencial (ED-M1). Além de ser rápido, obtendo bons resultados em apenas 50 iterações.

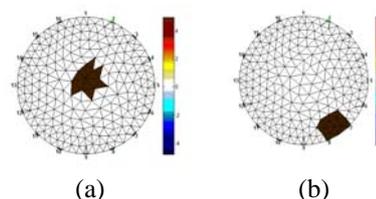


Figura 1: Distribuições de condutividade elétrica originais simuladas para objetos isolados colocados no centro (a) e perto da borda (b) do domínio circular.

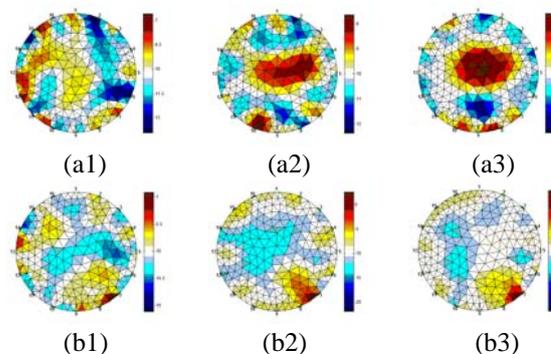


Figura 2: Resultados de reconstrução para objetos colocados no centro (a1, a2 e a3) e perto da borda (b1, b2 e b3) do domínio circular para 50, 300 e 500 iterações, usando ED-C.

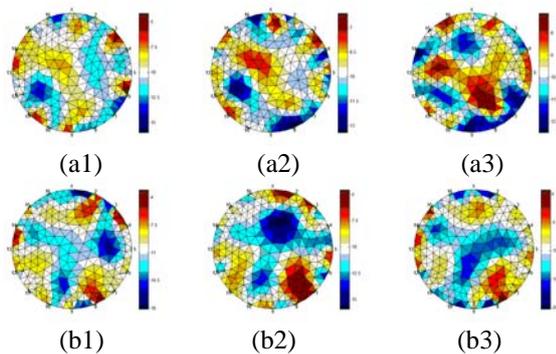


Figura 3: Resultados de reconstrução para objetos colocados no centro (a1, a2 e a3) e perto da borda (b1, b2 e b3) do domínio circular para 50, 300 e 500 iterações, usando ED-M1.

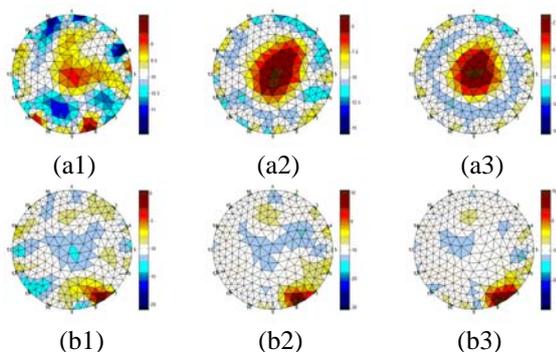


Figura 4: Resultados de reconstrução para objetos colocados no centro (a1, a2 e a3) e perto da borda (b1, b2 e b3) do domínio circular para 50, 300 e 500 iterações, usando ED-M2.

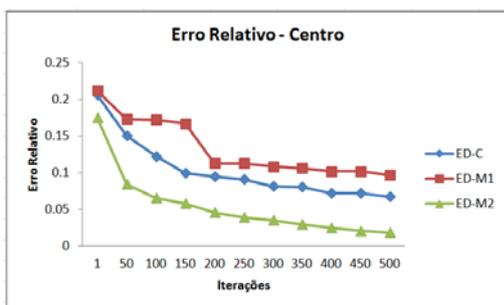


Figura 5: Erro decrescente de acordo com o número de iterações para um objeto no centro do domínio.

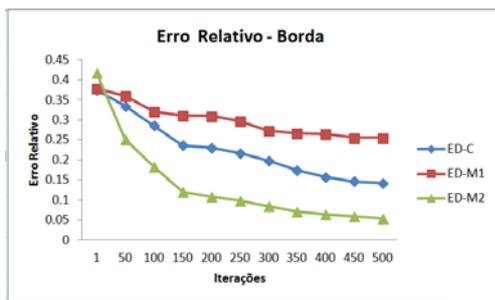


Figura 6: Erro decrescente de acordo com o número de iterações para um objeto próximo da borda do domínio.

**Agradecimentos**

Os autores agradecem a FACEPE e a CAPES pelo financiamento.

**Referências**

- [1] Rolnik VP, Selegim P. A specialized genetic algorithm for the electrical impedance tomography of two-phase flows. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*. 2006; 28(4):378–389.
- [2] Das S, Konar A. Automatic image pixel clustering with an improved differential evolution. *Applied Soft Computing*. 2009; 9(1):226–236.
- [3] Vauhkonen M, Lionheart WRB, Heikkinen LM, Vauhkonen PJ, Kaipio JP. A MATLAB package for the EIDORS project to reconstruct two-dimensional EIT images. *Physiological Measurement*. 2001; 22(1): 107.
- [4] Braak CJFT. A Markov Chain Monte Carlo version of the genetic algorithm Differential Evolution: easy Bayesian computing for real parameter spaces. *Statistics and Computing*. 2006; 16(3):239–249.
- [5] Lima CR, Mello LAM, Lima RG, Silva ECN. Electrical impedance tomography through constrained sequential linear programming: a topology optimization approach. *Measurement Science and Technology*. 2007; 18(9):2847.
- [6] Carosio GLC, Rolnik V, Selegim P. Improving efficiency in electrical impedance tomography problem by hybrid parallel genetic algorithm and a priori information. In: *Proceedings of the XXX Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional*; 2007 sep 3-6; Florianópolis, Brasil. 2007.
- [7] Menin OH, Artioli VR. Tomografia de Impedância Elétrica: uma nova técnica de imageamento em medicina. *Revista Iluminart*. 2010; 1(5):12-25.
- [8] Rasteiro MG, Silva R, Garcia FAP, Faia P. Electrical Tomography: a review of Configurations and Applications to Particulate Processes. *KONA Powder and Particle Journal*. 2011; 29(29):67–80.