

# IDENTIFICAÇÃO DE UM MODELO EM TEMPO DISCRETO DE UM *POOL* DE MOTONEURÔNIOS

R.N. Watanabe\* e A. F. Kohn\*

\*Laboratório de Engenharia Biomédica, Escola Politécnica, Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle, Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil  
e-mail: renato.watanabe@usp.br

**Resumo:** Como não é possível medir as entradas sinápticas dos motoneurônios em seres humanos, o uso de modelos computacionais realistas de um *pool* de motoneurônios tem um importante papel no estudo de controle motor. No entanto, esse tipo de modelo é muito complexo, e qualquer tipo de análise matemática é difícil. Devido a essa complexidade, é apresentado um método baseado em um modelo NARMAX para identificar um modelo realista de um *pool* de unidades motoras. O modelo identificado reproduziu o comportamento médio do modelo neuromuscular realista.

**Palavras-chave:** Unidades motoras; identificação de sistemas; controle motor.

**Abstract:** *It is not possible to measure the inputs to the motoneurons in humans. For this reason the use of realistic computational models of the motoneuron pool has an important role in studies of motor control. Nevertheless this kind of model is very complex and any kind of mathematical analysis is difficult. Due to this high complexity, we present a method to identify a realistic model of the motor units pool based on a NARMAX model. The identified model reproduced the mean behavior of the realistic neuromuscular model.*

**Keywords:** *Motor units; system identification; motor control.*

## Introdução

O movimento do corpo humano nas mais diferentes tarefas se dá pela ativação de unidades motoras. As unidades motoras nada mais são do que transdutores das entradas pré-motoneuronais em força [1]. Como a entrada sináptica dos motoneurônios (MNs) não pode ser medida diretamente em humanos, por motivos tanto técnicos quanto éticos, o uso de modelos computacionais do *pool* de unidades motoras para estimar a relação entre as entradas sinápticas e a força muscular é particularmente importante [2].

Recentemente, diversos modelos computacionais neuromusculares biologicamente realistas foram desenvolvidos. Entre eles está um sistema conhecido como ReMoto que possibilita a investigação do controle da força e do movimento produzidos pelo Tríceps Sural (TS) [3]–[7]. Nesse modelo, os circuitos neurais que comandam estes músculos são formados por neurônios individuais modelados com base nos

fenômenos biofísicos elementares obtidos de gatos [8,9]. A organização das redes de MNs e a geração de força seguem valores obtidos da literatura experimental.

No entanto, como o modelo descrito no parágrafo acima é matematicamente e computacionalmente de alta complexidade, isto inviabiliza sua análise matemática e dificulta sua utilização em simulações de situações que envolvam longos tempos no domínio biológico. Uma solução para estes dois aspectos é a aplicação de técnicas de identificação de sistemas visando à obtenção de um modelo mais simples. Apesar dos sinais de entrada dos MNs não estarem disponíveis experimentalmente, esses sinais podem ser obtidos do modelo computacional citado acima.

Considerando isso, o objetivo deste trabalho é encontrar um modelo dinâmico do *pool* de unidades motoras de cada um dos músculos do TS que reproduza a transdução da entrada sináptica dos MNs na força produzida pelos músculos.

## Materiais e métodos

**Modelo neuromuscular** – O ponto de partida do presente estudo de identificação de sistemas foi um modelo neuromuscular, reportado previamente em outros trabalhos [3]–[5], composto de três *pools* de MNs, cada um representando os três músculos do TS – o Sóleo (SOL), o Gastrocnêmio Medial (GM) e o Gastrocnêmio Lateral (GL). Cada um dos MNs recebe como entrada aproximadamente 30% de 400 processos aleatórios Poisson, representando os comandos descendentes. Esses MNs geram potenciais de ação, que ativam impulsivamente um filtro de segunda-ordem criticamente amortecido gerando abalos. Os abalos gerados pelas unidades motoras são somados para gerar a força produzida pelo músculo. Todos os parâmetros são os mesmos utilizados em [5].

**Aquisição dos sinais** – As equações diferenciais do modelo neuromuscular foram resolvidas pelo método de integração de quarta-ordem Runge-Kutta com passo fixo (0,05 ms). Foram realizadas dez simulações, estatisticamente independentes, em situações equivalentes a uma flexão plantar isométrica em aproximadamente 15% da contração voluntária máxima. Cada uma dessas simulações tem a duração equivalente a 15 s.

**Identificação do sistema** – O tipo de modelo utilizado na identificação do *pool* de unidades motoras foi um modelo NARMAX (*nonlinear auto regressive moving Average with exogenous input*):

$$y(k) = \theta_0 + \sum_{i_1=1}^n \theta_{i_1} x_{i_1}(k) + \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=i_1}^n \theta_{i_1 i_2} x_{i_1}(k) x_{i_2}(k) + \dots (1) \\ + \sum_{i_1=1}^n \dots \sum_{i_l=i_{l-1}}^n \theta_{i_1 i_2 \dots i_l} x_{i_1}(k) \dots x_{i_l}(k) + \xi(k)$$

com  $\theta_{i_1 i_2 \dots i_m}$  sendo os coeficientes do modelo e

$$x_m(k) = \left\{ \begin{array}{l} u(k-m) \\ y(k-(m-m_u)) \\ \xi(k-(m-m_u-m_y)) \end{array} \middle| \begin{array}{l} 1 \leq m \leq m_u \\ m_u + 1 \leq m \leq m_u + m_y \\ m_u + m_y + 1 \leq m \leq m_u + m_y \end{array} \right\} (2)$$

com  $u$  e  $y$  sendo os sinais de entrada e saída, respectivamente.  $\xi$  é o sinal de erro, dado por:

$$\xi(k) = y(k) - \hat{y}(k|k-1) (3)$$

e  $m_u, m_y$  e  $m_\xi$  sendo os atrasos máximos de  $u, y$  e  $\xi$ , respectivamente.

O modelo pode ser condensado da seguinte forma:

$$y(k) = \sum_{i=M}^M \theta_i p_i + \xi(k) (4)$$

em que cada  $p_i$  é uma das combinações dos diferentes  $x_m$ .

O sinal escolhido como entrada  $u$  na identificação deve conter todas as informações das ativações das entradas pré-sinápticas. A escolha mais natural a ser feita é o sinal da condutância sináptica excitatória dos MNs. Como a conectividade entre os axônios descendentes e os MNs é de aproximadamente 30% (ver Materiais e métodos), cada MN recebe uma combinação diferente (em média 120) dos 400 processos independentes de entrada. Como cada condutância é gerada por uma dinâmica linear, e todos os processos descendentes seguem a mesma estatística, foi adotado como sinal de entrada uma condutância sináptica equivalente ativada por todos os 400 processos Poisson. Isto é equivalente a medir o sinal de condutância de um MN que tivesse conectividade 100% entre os axônios descendentes e o MN. Esta escolha para o sinal de entrada garante que o sinal  $u$  contenha a informação de todas as entradas pré-sinápticas para todos os MNs.

O uso de processos Poisson facilita o processo de identificação do sistema, já que o espectro de potência da condutância sináptica é constante até pelo menos 100 Hz [5].

Como sinal de saída  $y$  foi escolhido o sinal de força produzido pelo músculo.

Com o intuito de facilitar o processo de identificação, tanto o sinal de condutância sináptica, como o sinal de força foram normalizados pelo valor médio dos respectivos sinais durante uma simulação de contração voluntária máxima. Na Fig.1 estão exemplos dos sinais de entrada e de saída já normalizados.

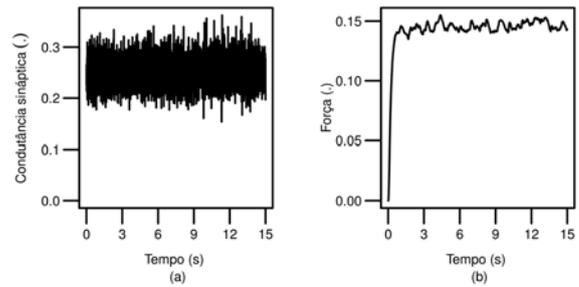


Figura 1: Exemplos dos sinais de (a) entrada e (b) saída. Os sinais mostrados são os sinais de condutância sináptica e de força normalizados.

A identificação do modelo do *pool* de unidades motoras foi realizada utilizando uma técnica chamada *multiple forward regression orthogonal least squares* (MFROLS) [10] usando o critério conhecido como taxa de redução de erro (ERR) para selecionar os termos que irão fazer parte do modelo.

$$ERR_m = \frac{p_m^T y}{y^T y p_m^T p_m} (5)$$

Quanto maior o valor de  $ERR_m$  correspondente a um determinado  $p_m$ , maior a contribuição deste termo para o sinal de saída  $y$ . Desta maneira é possível selecionar os termos que melhor expliquem a dinâmica entre os sinais de entrada e saída. Esta técnica foi escolhida pois a estrutura do modelo não era conhecida *a priori*.

Com isso, cinco dos dez pares entrada/saída obtidos nas simulações foram utilizados para identificar um modelo utilizando o algoritmo MFROLS. Antes do processo de identificação, os sinais foram filtrados por um filtro Chebyshev passa-baixas de oitava-ordem com frequência de corte em 160 Hz e então reamostrados para 400 Hz. O conjunto de termos candidatos  $p_m$  foram formados com todas as combinações dos sinais de entrada e saída com a ordem máxima do polinômio sendo seis ( $l = 6$ ),  $m_u = 10$  e  $m_y = 4$ .

Após a seleção dos termos do modelo, os coeficientes  $\theta_{i_1 i_2 \dots i_m}$  foram encontrados utilizando mínimos quadrados.

**Validação do modelo** – O modelo foi estatisticamente validado utilizando os testes de correlação dos resíduos apresentados em [10]. Além disso, foi feita uma validação-cruzada com os cinco sinais não utilizados durante a identificação com uma predição infinitos passos à frente.

Como o sistema identificado tem um comportamento estocástico, a comparação entre os sinais de saída do sistema original e do sistema identificado foi feita utilizando uma análise no domínio da frequência. Para esse propósito, os espectros de potência de ambos os sinais foram calculados usando o método de Welch [11] nos últimos 12 s dos cinco sinais utilizados na validação-cruzada.

Para testar a similaridade entre as duas curvas foi utilizado um teste baseado em  $\chi^2$ -quadrado (ver pág. 284 de [11]).

## Resultados

O uso do método de identificação explicado acima resultou nos termos, e seus respectivos coeficientes, mostrados na Tabela 1.

Tabela 1: Termos selecionados e respectivos coeficientes. SOL: Sóleo, GM: Gastrocnêmio Medial, GL: Gastrocnêmio Lateral

Termos	SOL	GM	GL
$y(k-1)$	2,16E+0	2,07E+0	2,01E+0
$y(k-2)$	-1,48E+0	-1,38E+0	-1,18E+0
$y(k-3)$	4,55E-1	5,00E-1	3,06E-1
$y(k-4)$	-1,37E-1	-1,90E-1	-1,33E-1
$u(k-9)$	6,68E-5	1,07E-4	6,93E-5
$u(k-10)$	2,41E-5	6,70E-5	8,44E-5
$u(k-6)u(k-7)u(k-8)$	-6,53E-3	-1,11E-2	-1,13E-2
$u(k-6)u(k-6)u(k-7)y(k-2)$	-4,02E-3	-2,35E-2	-1,27E-2
$u(k-6)u(k-6)u(k-7)u(k-7)u(k-8)$	1,14E-1	2,07E-1	1,98E-1
$u(k-6)u(k-7)u(k-7)u(k-8)y(k-1)$	6,77E+0	5,01E+1	3,41E+1
$u(k-6)u(k-7)u(k-7)u(k-8)y(k-3)$	8,06E+0	5,75E+1	4,44E+1
$u(k-6)u(k-7)u(k-7)u(k-8)y(k-2)$	-1,48E+1	-1,08E+2	-7,85E+1
$u(k-6)u(k-6)u(k-7)u(k-7)u(k-7)y(k-1)$	4,35E+1	-1,21E+2	6,80E+1
$u(k-6)u(k-6)u(k-7)u(k-7)u(k-7)y(k-2)$	-8,58E+1	2,39E+2	-1,27E+2
$u(k-6)u(k-6)u(k-7)u(k-7)u(k-7)y(k-3)$	4,21E+1	-1,19E+2	5,85E+1
$u(k-6)u(k-6)u(k-7)u(k-8)u(k-9)y(k-1)$	-1,45E+1	-2,50E+0	-3,53E+0
$u(k-6)u(k-6)u(k-7)u(k-8)u(k-9)y(k-3)$	1,46E+1	2,71E+0	3,69E+0

Na Fig. 2 são mostrados os sinais de força normalizados, dos modelos original e identificado.

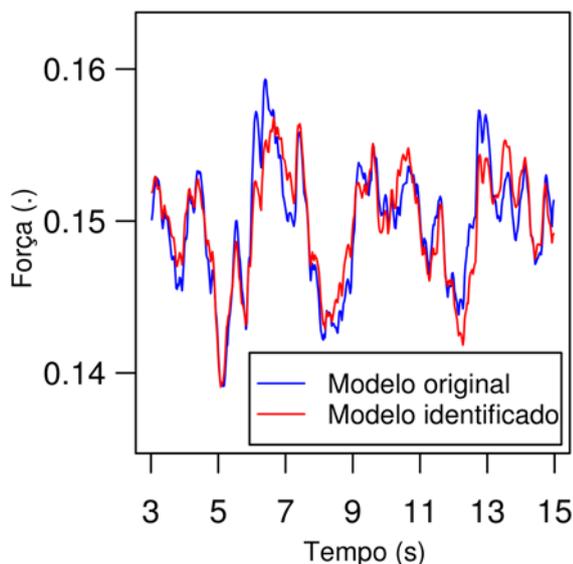


Figura 2: sinal de força normalizado do modelo original e identificado

Na Fig. 3 são mostrados os espectros de potência dos sinais de saída dos modelos original e identificado.

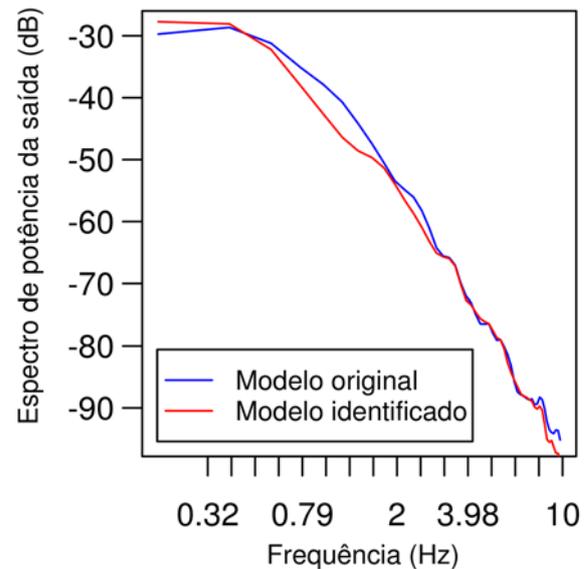


Figura 3: espectro de potência do sinal de saída dos modelos original e identificado

## Discussão

Neste trabalho, foi identificado um modelo NARMAX (ver Tabela 1), que tem como entrada um sinal provindo de todas as entradas pré-motoneuronais e saída a força produzida pelo músculo, adquiridos utilizando um modelo neuromuscular realista dos músculos do TS. A utilização dos sinais normalizados facilitou o processo de identificação de sistema e fez com que os coeficientes encontrados tivessem ordens de grandeza próximas.

O sinal de saída do modelo identificado (ver Fig. 2) tem a mesma média e aproximadamente o mesmo decurso temporal do sinal de saída do modelo original. É importante notar que, como o sistema original tem uma natureza estocástica, os dois sinais não têm exatamente o mesmo decurso temporal. A origem do comportamento estocástico no sistema original está principalmente na maneira aleatória da conexão entre os processos descendentes e os MNs. Esta conexão aleatória foi o motivo de se usar cinco pares entrada/saída de diferentes simulações no processo de identificação. O uso de cinco pares de sinais diferentes tem a função de modelar o comportamento médio do *pool* de unidades motoras.

O espectro de potência dos modelos original e identificado (ver Fig. 3) tem valores similares em todas as frequências, sugerindo que o comportamento dinâmico de ambos os modelos é similar.

Comparado com o modelo original, o modelo identificado é consideravelmente mais simples. Enquanto o modelo original envolve a solução de milhares de equações diferenciais, o modelo identificado consiste em uma equação de diferenças com 17 termos.

Além da simplicidade matemática, quando comparado com o modelo original, o modelo identificado tem a vantagem de produzir o sinal de força significativamente mais rápido. Por exemplo, para

produzir o sinal mostrado na Fig. 2, o modelo neuromuscular realista precisa de aproximadamente 40 minutos, enquanto o modelo identificado menos de 5 s (ambos os sinais gerados em um processador Intel 3.4 GHz e 24 Gb de memória RAM).

A saída do modelo identificado pode ser usada como sinal de ativação de um modelo de músculo tipo Hill e ser acoplado a modelos de proprioceptores enviando sinais para os MNs. Esse acoplamento permitiria o estudo de questões fisiológicas que seriam difíceis de abordar utilizando o modelo neuromuscular original.

### Conclusão

Os resultados acima mostram que o modelo identificado é capaz de realizar a transdução da entrada dos MNs em força, com o mesmo comportamento dinâmico do modelo neuromuscular realista.

### Agradecimentos

Este estudo foi financiado pelo CNPq (#303313/2011-0). RNW foi financiado pela FAPESP (#2011/21103-7).

### Referências

- [1] Farina D, Negro F. Accessing the neural drive to muscle and translation to neurorehabilitation technologies. *IEEE Rev Biomed Eng* 2012 Jan;5:3–14.
- [2] Heckman CJ, Enoka RM. Motor Unit. *Compr Physiol*. 2012;2(October):2629–82.
- [3] Cisi RRL, Kohn AF. Simulation system of spinal cord motor nuclei and associated nerves and muscles, in a Web-based architecture. *J Comput Neurosci*. 2008;25(3):520–42.
- [4] Elias LA, Chaud VM, Kohn AF. Models of passive and active dendrite motoneuron pools and their differences in muscle force control. *J Comput Neurosci*. 2012;33(3):515–31.
- [5] Watanabe RN, Magalhães FH, Elias LA, Chaud VM, Mello EM, Kohn AF. Influences of premotoneuronal command statistics on the scaling of motor output variability during isometric plantarflexion. *J Neurophysiol*. 2013 Sep 11;110(11):2592–606.
- [6] Elias LA, Kohn AF. Individual and collective properties of computationally efficient motoneuron models of types S and F with active dendrites. *Neurocomputing*. 2013;99:521–33.
- [7] Elias LA. Modelagem e simulação do sistema neuromuscular responsável pelo controle do torque gerado na articulação do tornozelo. [tese] São Paulo: Universidade de São Paulo; 2013. p. 122.
- [8] Zengel JE, Reid SA, Sybert GW, Munson JB. Membrane Electrical-Properties and Prediction of Motor-Unit Type of Medial Gastrocnemius Motoneurons in the Cat. *J Neurophysiol*. 1985;53(5):1323–44.
- [9] Fleshman JW, Segev I, Burke R. Electrotonic architecture of type-identified alpha-motoneurons in the cat spinal cord. *J Neurophysiol*. 1988;60(1): 60 – 85.
- [10] Billings SA. *Nonlinear System Identification: NARMAX Methods in the Time, Frequency and Spatio-temporal Domains*. Chichester, UK: John Wiley & Sons, Ltd.; 2013.
- [11] Bendat JS, Piersol AG. *Random Data: Analysis and Measurement Procedures (Wiley Series in Probability and Statistics)*. New Jersey: Wiley; 2010.